

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2021. május 4.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2021. május 4. 9:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

|                |  |
|----------------|--|
| Pótlapok száma |  |
| Tisztázati     |  |
| Piszkozati     |  |

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Egy számtani sorozat második tagja 8, negyedik tagja 18.  
Határozza meg a sorozat első tagját!

|                       |        |  |
|-----------------------|--------|--|
| A sorozat első tagja: | 2 pont |  |
|-----------------------|--------|--|

2. Hányadik hatványra kell emelni a 2-t, hogy 512-t kapjunk?

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 pont |  |
|--|--------|--|

3. Legyen  $A$  a pozitív, kétjegyű páros számok halmaza, és  $B$  pedig a 40-nél kisebb, 3-mal osztható pozitív számok halmaza.  
Elemei felsorolásával adja meg az  $A \cap B$  halmazt!

|              |        |  |
|--------------|--------|--|
| $A \cap B =$ | 2 pont |  |
|--------------|--------|--|

4. Egy négyszög belső szögeinek aránya  $1 : 2 : 3 : 4$ .  
Hány fokos a négyszög legnagyobb szöge? Válaszát indokolja!

|                    |        |  |
|--------------------|--------|--|
|                    | 3 pont |  |
| A legnagyobb szög: | 1 pont |  |

5. Válassza ki az alábbiak közül az összes állítást, amely tagadása a következőnek!

*„Volt olyan nap a múlt héten, amikor esett az eső.”*

- A:** A múlt héten minden nap esett az eső.  
**B:** A múlt héten egyik nap sem esett az eső.  
**C:** Nem volt olyan nap a múlt héten, amikor esett az eső.  
**D:** Volt olyan nap a múlt héten, amikor nem esett az eső.

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 pont |  |
|--|--------|--|

6. Egy diákmunka-közvetítéssel foglalkozó cég 25 állást hirdetett meg. Az állások órabérét és ezek gyakoriságát az alábbi táblázat tartalmazza. Adja meg a hirdetésekben szereplő órabérek terjedelmét, móduszát, mediánját és átlagát!

|                    |      |      |      |      |
|--------------------|------|------|------|------|
| Órabér (Ft)        | 1000 | 1200 | 1500 | 1600 |
| Állások száma (db) | 9    | 4    | 5    | 7    |

|                |        |  |
|----------------|--------|--|
| Terjedelem: Ft | 1 pont |  |
| Módusz: Ft     | 1 pont |  |
| Medián: Ft     | 1 pont |  |
| Átlag: Ft      | 1 pont |  |

7. Ha egy egészségpénztári számlára befizetünk egy összeget, akkor abból először levonnak 6% működési költséget, és a fennmaradó összeget írják jóvá a számlán. Hány forintot írnak jóvá a számlán 150 000 Ft befizetése esetén?

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 pont |  |
|--|--------|--|

8. A derékszögű koordináta-rendszerben ábrázoltuk a valós számok halmazán értelmezett  $f : x \mapsto \frac{2}{5}x + \frac{8}{5}$  függvényt. Adjon meg egy olyan pontot a koordinátaival, amely illeszkedik a függvény grafikonjára!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 pont |  |
|--|--------|--|

9. Egy szabályos sokszög egyik csúcsából behúztunk két átlót, így a sokszöget egy háromszögre, egy négyszögre és egy ötszögre bontottuk. Hány oldalú a szabályos sokszög?

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 pont |  |
|--|--------|--|

10. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$|x - 4| = 1$$

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 pont |  |
|--|--------|--|

- 11.** Adja meg a valós számok halmazán értelmezett  $f(x) = 2 \cdot \sin(x + \pi)$  függvény helyettesítési értékét, ha  $x = \frac{\pi}{2}$ .

|                                 |        |  |
|---------------------------------|--------|--|
| $f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ | 2 pont |  |
|---------------------------------|--------|--|

- 12.** A háromjegyű pozitív egész számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott szám számjegyei különbözők? Megoldását részletezze!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 3 pont |  |
|  | 1 pont |  |

|                 |             | pontszám  |       |
|-----------------|-------------|-----------|-------|
|                 |             | maximális | elért |
| I. rész         | 1. feladat  | 2         |       |
|                 | 2. feladat  | 2         |       |
|                 | 3. feladat  | 2         |       |
|                 | 4. feladat  | 4         |       |
|                 | 5. feladat  | 2         |       |
|                 | 6. feladat  | 4         |       |
|                 | 7. feladat  | 2         |       |
|                 | 8. feladat  | 2         |       |
|                 | 9. feladat  | 2         |       |
|                 | 10. feladat | 2         |       |
|                 | 11. feladat | 2         |       |
|                 | 12. feladat | 4         |       |
| <b>ÖSSZESEN</b> |             | <b>30</b> |       |

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

|         | pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve |                 |
|---------|---|-----------------|
|         | elért                                   | programba beírt |
| I. rész |   |                 |

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2021. május 4.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2021. május 4. 9:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

|                |  |
|----------------|--|
| Pótlapok száma |  |
| Tisztázati     |  |
| Piszkozati     |  |

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\log$  és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

**13.**

- a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(x+4)^2 + (x+1) \cdot (x+2) = 9$$

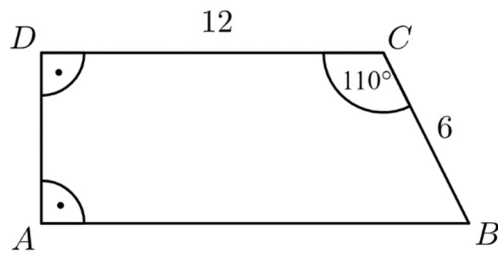
- b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ 3x - 7y = 36 \end{array} \right\}$$

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| <b>a)</b>  | 6 pont  |  |
| <b>b)</b>  | 6 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 12 pont |  |



- 14.** Az  $ABCD$  derékszögű trapéz  $6$  cm-es  $BC$  szára  $110^\circ$ -os szöget zár be a  $12$  cm-es  $CD$  alappal.



- a) Számítsa ki a trapéz másik két oldalának a hosszát!
- b) Számítsa ki a  $BCD$  háromszög  $BD$  oldalának hosszát és ismeretlen szögeinek nagyságát!

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| a)         | 6 pont  |  |
| b)         | 6 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 12 pont |  |



**15.** Amerikai kutatók 104 labrador genetikai elemzése alapján felállítottak egy egyenletet, amellyel (a kutya 3 hónapos korától) megmondható, milyen korú az adott kutya emberévekben.<sup>1</sup> A kutya valódi életkorát években mérve jelölje  $K$ , ekkor az emberévekben kifejezett életkort ( $E$ ) az alábbi képlettel kapjuk:  $E = 37 \cdot \lg K + 31$  (ahol  $K > 0,25$ ).

- a)** Egy kutya emberévekbe átszámított életkora  $E = 70$  év.  
Hány év, hány hónap ennek a kutyának a valódi életkora?  
Válaszát egész hónapra kerekítve adja meg!

Egy másik átszámítás szerint – a kutya 3 éves korától kezdve – az emberévekben kifejezett életkor az  $e = 5,5 \cdot K + 12$  képlettel kapható meg (ahol  $K > 3$ ).

- b)** Számítsa ki egy  $K = 8$  éves labrador esetén az emberévekben kifejezett életkort mindkét képlettel!  
Az amerikai kutatók képletéből kiszámított érték hány százalékkal nagyobb, mint a másik képletből kiszámított érték?

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| <b>a)</b>  | 6 pont  |  |
| <b>b)</b>  | 6 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 12 pont |  |

<sup>1</sup> <https://www.cell.com/action/showPdf?pii=S2405-4712%2820%2930203-9>





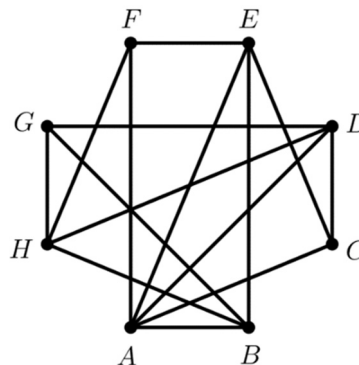
## B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Egy nyolccsapatos jégkorongbajnokságban minden csapat minden másikkal egyszer mérkőzik meg.

Az ábrán látható gráf az eddig lejátszott mérkőzéseket szemlélteti. A pontok a csapatokat jelképezik, és két pont között pontosan akkor van él, ha a két csapat már játszott egymással.

A bajnokságból 5 fordulót már megrendeztek, ám néhány mérkőzés elmaradt. (Egy fordulóban – ha nincs elmaradó mérkőzés – mindegyik csapat egy mérkőzést játszik.)



- a) Adja meg három olyan csapat betűjelét, melyek közül bármely kettő már lejátszotta az egymás közötti mérkőzését!
- b) Hány mérkőzés maradt el az első 5 fordulóban?

Az egyik játékos 0,3 valószínűséggel szerez gólt egy büntetőlövésből.

- c) Mekkora a valószínűsége, hogy 10 büntetőlövésből pontosan 4 gólt szerez?

A szabványos jégkorong egy olyan vulkanizált gumihenger, amelynek magassága 2,54 cm (1 inch), alapkörének átmérője 7,62 cm (3 inch). Az egyik csapat a pálya bejáratához egy olyan nagyméretű korongot tervezett, amely (matematikai értelemben) hasonló a szabványos jégkoronghoz. A tervben szereplő nagyméretű korong térfogata  $1 \text{ m}^3$ .



- d) Számítsa ki a nagyméretű korong magasságának és alapköre átmérőjének a hosszát!

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| <b>a)</b>  | 2 pont  |  |
| <b>b)</b>  | 4 pont  |  |
| <b>c)</b>  | 4 pont  |  |
| <b>d)</b>  | 7 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 17 pont |  |



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 17.** a) Az  $x \mapsto mx + b$  lineáris függvény 1-hez 200-at, 21-hez pedig 5200-at rendel.  
Adja meg  $m$  és  $b$  értékét!

Anna szeretne részt venni a Balaton-átúszáson, amelyhez két különböző 21 napos edzéstervet készít. Azt már elhatározta, hogy az első napon 200 métert, az utolsó, 21. napon pedig az átúszás teljes távját, 5200 métert úszik. Az egyik edzéstervben a napi úszásmennyiségek egy számtani sorozat egymást követő tagjai, a másik változatban pedig (jó közelítéssel) egy mértani sorozaté.

- b) A teljes felkészülés alatt összesen hány métert úszna Anna az egyik, illetve a másik változatban?

A 2020-as Balaton-átúszáson az indulók 36%-a volt nő, átlagéletkoruk 35 év. Az indulók 64%-a volt férfi, átlagéletkoruk 38 év.

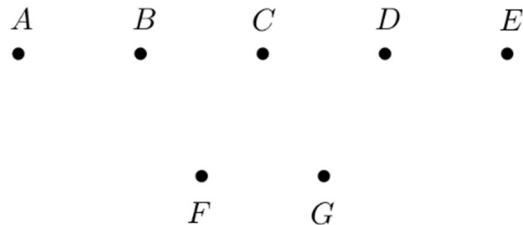
- c) Mennyi volt ebben az évben az összes induló átlagéletkora?

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| a)         | 5 pont  |  |
| b)         | 8 pont  |  |
| c)         | 4 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 17 pont |  |



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Az ábrán szereplő  $A, B, C, D$  és  $E$  pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az  $F$  és  $G$  pontokra illeszkedő egyenessel.



- a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely az ábrán lévő pontok közül legalább kettőre illeszkedik?
- b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait az ábrán szereplő 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszöget különbözőnek tekintünk, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

Egy háromszög csúcsai:  $K(-1; 5), L(1; 1), M(5; 3)$ .

- c) Igazolja, hogy a háromszög  $L$ -nél lévő szöge derékszög!
- d) Írja fel a háromszög körülírt körének az egyenletét!

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| a)         | 3 pont  |  |
| b)         | 5 pont  |  |
| c)         | 4 pont  |  |
| d)         | 5 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 17 pont |  |



|                 | a feladat<br>sorszáma | pontszám                 |       |          |
|-----------------|-----------------------|--------------------------|-------|----------|
|                 |                       | maximális                | elért | összesen |
| II. A rész      | 13.                   | 12                       |       |          |
|                 | 14.                   | 12                       |       |          |
|                 | 15.                   | 12                       |       |          |
| II. B rész      |                       | 17                       |       |          |
|                 |                       | 17                       |       |          |
|                 |                       | ← nem választott feladat |       |          |
| <b>ÖSSZESEN</b> |                       | <b>70</b>                |       |          |

|   | pontszám   |       |
|---|------------|-------|
|   | maximális  | elért |
| I. rész                                 | 30         |       |
| II. rész                                | 70         |       |
| <b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b> | <b>100</b> |       |

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

|          | pontszáma <b>egész<br/>számra</b> kerekítve |                    |
|----------|---|--------------------|
|          | elért                                       | programba<br>beírt |
| I. rész  |   |                    |
| II. rész |   |                    |

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző